

## FRAKTALE CODIERUNG UND GESTALTPRINZIPIEN

Jürgen Kriz

Im SPIEGEL (Nr. 15/1996, S. 199) wurde sie unter der Rubrik „Technik“ als eine „mathematische Kuriosität“ bezeichnet, die nach der jahrelangen geheimen Ausschlichtung durch US-Militär und Behörden nun auch allgemein zugänglich „Bedeutung bekommt“: Die Rede ist von *fraktaler Codierung*. Hierbei handelt es sich um eine spezifische Art der Informations-Abstraktion (bzw. in umgekehrter Richtung: -Entfaltung), die auf das „Collage-Theorem“ zurückgeht, welches der Mathematiker Michael F. BARNESLEY in den 80er Jahren entwickelte (BARNESLEY, 1988; KRIZ, 1992, S. 81). Diese neuartige Speicherung von z. B. Computerbildern benötigt nur 5-10% des gängigen Speicherbedarfs (was kommerziell für Speicherung und Übermittlung natürlich große Bedeutung hat).

Jenseits dieser technisch-kommerziellen Bedeutung, und der zu erwartenden Revolution im digitalen Bereich (CDs, Digital-Videos etc.) scheint mir diese Entwicklung auch für Gestaltpsychologen von hohem Interesse: Vorderründig betrachtet wird hier nur im technischen Bereich der Informationsspeicherung die klassische Vorgehensweise der additiven, eher statischen Aneinanderreihung von Elementen zugunsten einer ganzheitlichen, dynamischen Entfaltung aufgrund weniger Prinzipien abgelöst. Diese Konkurrenz im technischen Bereich steht aber nur exemplarisch für zwei unterschiedliche, um nicht zu sagen: gegensätzliche, Zugänge, die Welt zu begreifen, die in diesem Jahrhundert durch viele Disziplinen hindurch zu finden sind. So verstand sich die Gestaltpsychologie mit ihrer Betonung von dynamischen Ganzheiten und deren Selbstordnungstendenzen Anfang dieses Jahrhunderts explizit als Gegenprogramm zur Assoziations- und Elementpsychologie, wo der Schwerpunkt auf der Betrachtung isolierter, atomistischer Einzelemente und deren weitgehend additive Zusammenführung zu größeren Einheiten lag. Diese gegensätzlichen Vorstellungswelten (und damit verbundenen Wertungen) trennen auch die humanistischen Therapierichtungen, mit ihrer Betonung von Selbstorganisation und Entfaltung des Organismus bzw. der Psyche als Ganzheit (etwa die Aktualisierungs- und Selbstaktualisierungstendenz bei Carl ROGERS) vom eher additiven Aufbau einzelner Verhaltenselemente zu Verhaltenssequenzen, wie sie der klassischen und operanten Konditionierung bzw. den davon abgeleiteten Lerntheorien und (reinen) Verhaltenstherapien zugrunde liegt. Auch bei der Rekonstruktion von Gehirn- und kognitiven Leistungen lassen sich beide Weltbilder wiederfinden, wenn man etwa die eher elementaristische Sicht von „Detektoren“ bei David HUBEL und Thorsten WIESEL mit dem holographischen

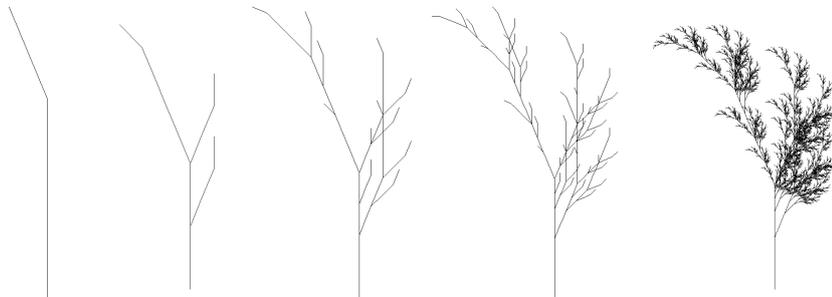
Erklärungsansatz von Karl PRIBRAM vergleicht, oder B.F. SKINNERs additive Vorstellung des Spacherwerbs in seinem „verbal behavior“ mit Noam CHOMSKYs Konzeption der Parametrisierung einer strukturierten „Universalgrammatik“ konfrontiert.

Dabei zeigen eigentlich bereits triviale Reflexionen der Alltagserkenntnis, daß unsere kognitiven Lebenswelten sich schwerlich additiv zusammensetzen. Erblickt man nur für einen kurzen Moment ein „Objekt“ - beispielsweise das Foto einer Frau - so wird man sich eher an ein vages, ganzes „Gesicht einer Frau“ erinnern und kaum an ein scharfes, detailliertes und präzises Ohr, ohne dazugehörigen „Rest“. Und auch einige weitere Blicke fügen nicht z. B. zweites Ohr, Nase und Mund hinzu, sondern das vage wahrgenommene Gesicht wird abgetastet und zunehmend detailliert und präzisiert. Analoges gilt für die Erfassung eines nicht-visuellen „Bildes“, nämlich z. B. des „Charakter“-Bildes einer Person; auch hier werden üblicherweise zunächst sehr allgemeine, die Details verschwommen belassende Grundstrukturen erfaßt, die bei längerem Kennenlernen differenziert werden. Umgekehrt verläuft die Dynamik beim Aneignen komplexen, detailreichen Materials, aus dem beim Lernvorgang Ordnungsstrukturen destilliert werden, mit Hilfe derer die Details leicht dynamisch-hierarchisch rekonstruiert werden können. 14-stellige Telefonnummern sind z. B. dann nicht schwer zu merken, wenn man die ersten 4 als Land und die nächsten 4 als Stadt identifiziert hat (und ggf. sogar noch in den nächsten 6 Nummern eine Strukturierung nach Wohnbezirk erkennt). Wer das „chunking“ beherrscht - das Ordnen von Informationselementen zu sinnvollen Einheiten und die Zusammenfassung dieser Einheiten wieder zu größeren - verbringt gegenüber der additiven Aneinanderreihung stur gelernter Einzelelemente erstaunliche Gedächtnisleistungen. In einer sinnvollen Argumentationsfigur lassen sich extrem viel leichter die Sätze, die darin enthaltenen Wörter und darin deren Buchstaben rekonstruieren, als wenn man die unverstandene Sequenz von Buchstaben erlernen sollte. Im letzteren Fall ist man darauf angewiesen Element für Element - dazu noch in der richtigen Reihenfolge - aneinanderreihend zu reproduzieren, während im ersteren Fall die Buchstaben dynamisch rekonstruiert werden.

Die Bedeutung dynamischer Ordnungsbildung bei kognitiven Prozessen (im weitesten Sinne) wurde in den letzten Jahren erneut virulent, als im Zusammenhang mit den modernen System- und Selbstorganisationskonzepten in unterschiedlichen, vornehmlich naturwissenschaftlichen, Disziplinen Prinzipien neu entdeckt wurden, die bereits in der Gestaltpsychologie der zwanziger und dreißiger Jahre eine zentrale Rolle spielten. Daß dies keineswegs nur als metaphorische Ähnlichkeiten zu verstehen ist, ließe sich an zahlreichen Details zeigen, wird aber aus meiner Sicht besonders beim sog. BARTLETT-Design, das BARTLETT bereits Anfang der dreißiger Jahre einsetzte, um die Dynamik kognitiver Strukturbildung zu untersuchen. Das Grundprinzip, eine Operation schrittweise immer wieder auf ihr eigenes Er-

gebnis anzuwenden, durchzieht die ganze moderne Systemdiskussion - von fraktalen Strukturen über chaotische und stabile bzw. attrahierende Dynamiken bis hin zu den Grundprinzipien der Selbstorganisation (vgl. KRIZ, 1992 sowie zahlreiche Beiträge unterschiedlicher Autoren auch in der GESTALT THEORY). Bei BARTLETT bestand die Operation z. B. darin, daß eine erzählte Geschichte gehört, verstanden, gemerkt und reproduziert, d. h. der „nächsten“ Person erzählt wird (vergleichbar der „stillen Post“ auf Kindergeburtstagen). Im Reproduzieren des Reproduzierten des Reproduzierten... werden die Grundmuster dieser Verarbeitung (u. a. Prägnanz - aber keineswegs nur diese) immer deutlicher sichtbar.

Verwendet man bei diesem Prinzip der Rekursionen als Operation eine einfache geometrische Veränderung, so erhält man leicht Gebilde, die erstaunlich an natürlich Formen erinnern (was für viele, einschließlich dem Wiederentdecker der fraktalen Geometrie, Benoit MANDELBROT, das typische und faszinierende der Fraktale ist):



*Abbildung 1: Rekursion einer einfachen geometrischen Operation*

Solche geometrischen Operationen kann man natürlich auch als mathematische Gleichungen ausdrücken (eben als analytische Geometrie). Wendet man z. B. 4 einfache Transformationen (=Abbildungsoperationen in Form von Verschiebung, Verkleinerung und Drehung) immer wieder auf das Ergebnis an, erhält man z. B. aus der Zeichenfolge „KRIZ“ nach wenigen Schritten das Bild eines Ahornblattes (vgl. Abb. 2 sowie Heft 3/4 der GESTALT THEORY, 1993, S. 199ff). Das Ahornblatt ist also durch die 4 einfachen Operationen codiert. Und mit zunehmender Ausführung dieser Operationen (mit einer beliebigen Form Beginnend wie ein Punkt, „KRIZ“ oder Fliegendreck) wird die Struktur des Ahornblattes immer deutlicher entfaltet. Statt dieses Bild, wie heute immer noch üblich, „additiv“ Punkt für Punkt zu speichern und zu übertragen, würde in diesem Falle die Speicherung/Übermittlung der 4 einfachen Gleichungen genügen (was einen winzi-

gen Bruchteil an Information bedeutet) und aufgrund dieser Information wird nun das eigentliche Bild dynamisch entfaltet.

Die beiden Fragen, die sich nun noch (im technischen Bereich) stellen, sind: a) wo bekommt man die Transformationen her, und b) kann man jedes beliebige Bild so codieren?

KRIZ

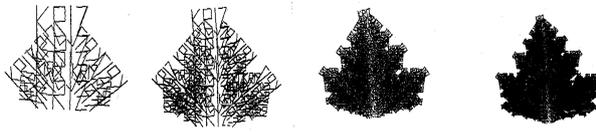
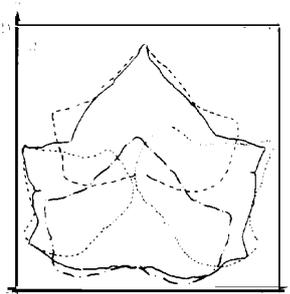


Abbildung 2: Rekursive Anwendung von 4 Operationen auf einen Schriftzug

Die erste Frage wird durch das sog. „Collage-Theorem“ von BARNSELY (1988) beantwortet, und kann auch für nicht-Mathematiker im Kern nachvollzogen werden (nach KRIZ, 1992), weil es ebenso genial wie (im Prinzip) einfach ist:

Die Grundidee des Collage-Theorems besteht in seiner praktischen Umsetzung darin, ein gewünschtes Bild - sagen wir ein „Baumblatt“ - aus einer Collage von kleineren „Kopien“ (im obigen Sinne) dieses Baumblattes möglichst genau herzustellen. Man könnte also das gewünschte Baumblatt auf Papier zeichnen, zu einem Fotokopierer gehen und viele Kopien in unterschiedlichen Größen herstellen, diese ausschneiden und dann das „Originalbild“ möglichst genau mit diesen kleinen Bildern bedecken. Dabei dürfen sich, wie wir gleich noch sehen werden, die kleinen Papier„blätter“ sogar teilweise überdecken - wichtig ist, daß der Rand des Originalbildes möglichst genau ausgelegt wird.

Angenommen, man benötigt für eine solche Collage 4 kleine unterschiedlich große Blattkopien (wie in Abb. 2 schematisch veranschaulicht). Dann sind damit offensichtlich die Abbildungsoperationen definiert: Denn jedes der 4 Blätter kann nun als Ausgangspunkt für den nächsten Schritt dienen. Da diese Blätter ja Kopien des Originals sind, kann natürlich jedes Blatt wiederum ganz genau so durch jeweils 4 weitere Blätter ausgelegt werden; diese müssen nur im Maßstab genau so verkleinert und verschoben werden, wie dies vom Originalbild zu den 4 kleineren Blättern geschah. Im nächsten Schritt kann dann jedes dieser nun 4x4 Blätter wiederum nach genau demselben Prinzip durch jeweils 4 noch kleinere in den gleichen Maßstäben ver-



kleinerte und verschobene Mini-Blätter ausgelegt werden.

*Abb. 3: Schema des Collage-Theorems*

Insgesamt kann dieser Prozeß endlos fortgesetzt werden. Bei jedem Schritt wird dabei die Anzahl der Detail-Blätter vervierfacht, während diese dabei letztlich auf Punktgröße schrumpfen - was faktisch für die relativ „großen Punkte“ am Computerbildschirm oder im Buchdruck (die ja genaue genommen keine „Punkte“, sondern kleine „Kreisflächen“ sind) sogar sehr schnell geschieht. Nun wird auch deutlich, warum sich die kleineren Blatt-Kopien sogar überlappen dürfen: Blatt-Teile, die sich überlappen, schrumpfen natürlich mit den Blättern selbst ebenfalls zu Punkten - die Fläche des Blattes wird somit bald mit Punkten ausgefüllt. Überlappungen werden dann mehr und mehr identisch mit Überlagerungen von Punkten - und zwei sich überlagernde Punkte sind dann eben graphisch dasselbe wie ein Punkt. Daß das „Herumprobieren“ mit den kleinen Kopien zur optimalen Auslegung eines Bildes auch als Algorithmus am Computer realisiert werden kann, dürfte selbst dem Computerlaien einleuchten - genau für solches „Herumprobieren“ ist ein Computer ideal (wobei im Detail in einem solchen Algorithmus und dessen programmtechnischer Umsetzung natürlich schon Geist und Arbeit stecken. Auch auf Detailfragen, wie die Codierung von Farben, kann in diesem Kontext nicht eingegangen werden).

Im Bereich realer Grafik besteht bei einer bestimmten Auflösung des Darstellungsmediums ein „Bild“ immer aus endlich vielen Bild„punkten“ (d. h. winzigen Kreisflächen oder Quadraten). Man kann daher jedes faktische Bild immer mit endlich vielen Transformationen ganz exakt erzeugen: Wenn die Kopien so klein werden, daß sie „Punkt“größe erreichen, entspricht letztlich jedem der endlich vielen „Punkte“ eines Bildes jeweils genau eine Transformation (wir schreiben hier „Punkt“ immer in Anführungszeichen, um ihn vom mathematischen Punkt, der den Durchmesser 0 hat und von denen ein Bild somit unendlich viele besitzt zu unterscheiden). Diese 1:1-Lösung wäre allerdings unattraktiv - vielmehr geht es gerade darum, mit möglichst wenig Transformationen die vielen Punkte eines Bildes zu erzeugen. Dafür muß das Originalbild also mit möglichst wenigen (und daher großen) Kopien ausgelegt werden.

Damit sind wir bei der zweiten der o. a. Fragen, nämlich wie weit auch „übliche“ Bilder Selbstähnlichkeiten gemäß dem Collage-Theorem enthalten. Dies ist natürlich eine empirische Frage; auf vielen Seminaren zur Selbstorganisations- und Systemtheorie, bei denen ich auf das Collage-Theorem zu sprechen kam, sagten Teilnehmer immer sinngemäß: „Ja so ein Blatt oder gar ein Farn - das ist einzusehen. Aber z. B. ein Gesicht: wo sind da die Selbstähnlichkeiten?“ Nun seit, kurzem kann jeder im Internet fraktal codierte Bilder bewundern (<http://www.iterated.com>) - der „viewer“ (Bildbetrachter) ist kostenlos, die Software zum Erzeugen kostet geringe Lizenz-

gebühren (die Hardware-Lösung in Form einer Karte kostete noch vor weniger als einem Jahrzehnt über 10.000 DM).

Der Vorteil dieser Vorgehensweise liegt nicht nur darin, daß übliche Computerbilder - nur noch 1/10 bis 1/20 des vorherigen Speicherplatzes benötigen, sondern die „klassische“, additive Bildbearbeitung liefert bei Vergrößerungen ein immer größer werdendes Rechteck-Muster als Rasterung, während die fraktale Codierung immer neue Details entfaltet. Dies wird bei der 16-fachen (bzw. flächig: 256-fachen) Vergrößerung des linken Auges von Abb. 4 in Abb. 5 deutlich. Abb. 7 hingegen - obwohl nur 7% des Speicherbedarfs - zeigt keine „Rechtecke“ statt der Kanten. Noch deutlicher wird der Unterschied, wenn von einem Bild nur 1/4 bzw. 1/2 der Information verwendet wird - man hat dann von den Pixel-Elementen eben nur 1/4 bzw. 1/2 des Bildes (Abb. 8 bzw. 9). Bei fraktaler Codierung hingegen ist stets das ganze Bild vorhanden - nur eben nicht so detailgetreu (Abb. 10 bzw. 11). Der Vorgang der Entfaltung“ von Details ist besonders markant bei hohen Vergrößerungen am Computerbildschirm, in der Dynamik des Entfaltungsprozesses zu bewundern und kann hier nur grob angedeutet werden (noch eindrucksvoller sind übrigens Farbbilder). Nun könnten man natürlich einwenden, daß Abb. 8 und 9 zwar der üblichen Speicherung und Übertragung (Pixel für Pixel) entspricht, man aber auch „klassisch“ anders vorgehen könnte - nämlich nicht die Pixel in der Reihenfolge 1, 2, 3, 4, 5..., sondern z. B. 1, 5, 9, 13, ... 3, 7, 11 ... übertragen könnte, womit dann auch bei 1/4 bzw. 1/2 der Information ein „unscharfes“ aber irgendwie „ganzes“ Bild vorhanden wäre. Dies ist richtig. Man erhält dann aber bereits in der Originalgröße das o.a. Schachbrettmuster - was besonders eindrucksvoll wird, wenn man - wie in Abb. 12 und 13 geschehen - die Bilder auf die gleiche Informationsmenge herunterrechnet, wie bei der fraktalen Codierung. Gleichwohl ist ja gerade aus der Gestaltpsychologie bekannt, wie unsere Wahrnehmung aus Abb. 12 (ja, sogar aus 11) ein recht gutes Bild konstruiert, wenn man die Augen zusammenkneift und ggf. die Brille absetzt - also wie Details der Ganzheit plötzlich sichtbar werden, wenn man wegen der Unschärfe eher diese Ganzheit wirken läßt.

Damit wird auch klar, daß in diesem Beitrag nicht behauptet werden soll, daß unsere Art der Wahrnehmung bzw. der gesamten Kognition den Algorithmen der fraktalen Codierung entspricht. Was aber wohl gesagt werden darf ist, daß die Prinzipien der dynamischen Entfaltung von Ganzheiten strukturelle Ähnlichkeiten aufweisen, über deren Bedeutung noch nachgedacht und diskutiert werden muß. Fraktale Codierung hat jedenfalls im technischen Informationsbereich der Konzeption von additiven, mosaikartigen Elementanhäufungen einen schweren Schlag versetzt zugunsten einer dynamischen Entfaltung von Ordnungsprinzipien. Es ist zu hoffen, daß durch die sich abzeichnende Revolution im informationstechnischen Bereich (digitale Filme und CDs mit dieser Codierung werden sicher bald folgen) diese Prinzipien, die ja fundamentaler Bestandteil gestaltpsychologischen Den-

kens sind, so „selbstverständlich“ werden, daß sie auch in der Psychologie (und nicht nur bei Physikern und Naturwissenschaftlern) noch mehr Beachtung finden.



Abbildung 4: TIF-Format : rd. 240 k

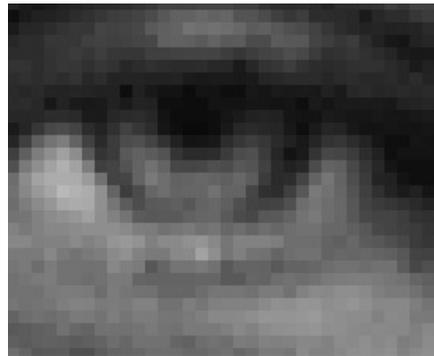


Abbildung 5: Vergrößerung



Abb. 6: Fractale Codierung (FIF-Format)  
ca. 16 k

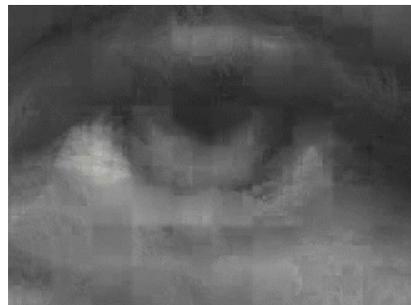


Abb. 7: Vergrößerung des FIF-Bildes

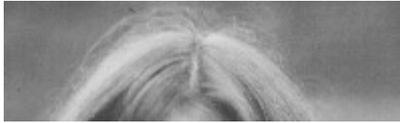


Abbildung 8: 1/4 des Bildes von Abb. 3  
Abb. 3



Abbildung 9: 1/2 des Bildes von



Abbildung 10: 1/4 des Bildes von Abb. 5



Abbildung 11: 1/2 des Bildes von Abb. 3

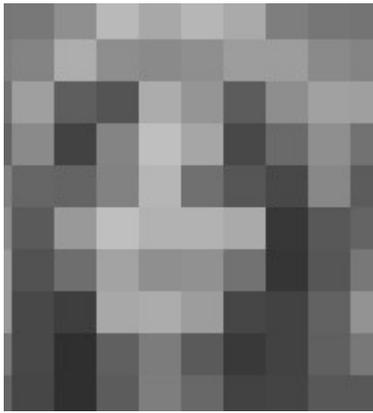


Abbildung 12: gleiche Bit-Menge wie  
Abb. 9



Abbildung 13: gleiche Bit-Menge  
wie Abb. 10

### **Zusammenfassung**

Berichtet wird kurz über eine neue Entwicklung in der Codierung von Information, die derzeit besonders zur Speicherung und Übertragung von Bildern verwendet wird. Da diese Vorgehensweise im Gegensatz zu klassischen Methoden nicht auf der Additivität von Einzelelementen (z. B. „Pixeln“) beruht, sondern auf der dynamischen Entfaltung von Ordnungsprinzipien, wird diese Entwicklung auch für Gestaltpsychologen als bemerkenswert erachtet.

### **Abstract**

A short report is given concerning an new technique (and, moreover, a new understanding) of coding information - especially in the field of storage and transmission of computer images. Classical storage methods are adding elements of information. In contrast, the new fractal coding can be understood as a more holistic and dynamic unfolding of rules which is similar to the principles of Gestalt Psychology.

### **Literatur**

- BARNESLEY, M.F. (1988). Fractal modelling of real world images. In: H. O. PEITGEN & D. SAUPE (Eds), *The science of fractal images*. New York, Berlin: Springer , 220-242
- BARTLETT, F. C. (1932). *Remembering*. Cambridge: Cambridge Univ. Press
- CHOMSKY, N. (1986). *Knowledge of language: Its nature, origin, and use*. New York: Praeger.
- HUBEL, D. H. & WIESEL, T.N. (1962). Receptive fields, binocular interaction, and functional architecture in the cat's visual cortex. *Journal of Physiology*, 148, 574-591.
- KRIZ, J. (1992). *Chaos und Struktur*. Systemtheorie Band 1. München: Quintessenz

- MANDELBROT B. B. (1977). *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman & Co.
- PRIBRAM K. H. (1971). *Languages of the Brain*. Englewood Cliffs: Prentice Hall
- ROGERS, C. R. (1974). *On Becoming a Person*. Boston: Houghton-Mifflin
- SKINNER, B.F. (1957). *Verbal behavior*. New York: Appleton-Century-Crofts.

**Anschrift des Verfassers:**

Prof. Dr. Jürgen Kriz  
Universität Osnabrück  
FB 8, Psychologie und FB 1, Sozialwissenschaften  
Postfach 4469  
D-49069 Osnabrück